No.

Date

問1 $sub(x, 0) = x$.

$= P_{1,1}(x)$

$\{\rightarrow R(P_{1,1}, \square)(0, x)\}$

$sub(x, k+1) = pred(sub(x, k))$

$= R(z, P_{2,1})(sub(x,k))$ $\because$ $pred = R(z, P_{2,1})$ ← P.16 例8.

$= R(z, P_{2,1})(P_{3,2}(k, sub(x,k), x))$

$= C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2})(k, sub(x,k), x)$

$sub(x, y) \triangleq R(P_{1,1}, C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2}))(y, x)$

$= R(P_{1,1}, C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2}))(P_{2,2}(x,y), P_{2,1}(x,y))$

$= C_2(R(P_{1,1}, C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2})), P_{2,2}, P_{2,1})(x, y)$

よって. $sub \triangleq C_2(R(P_{1,1}, C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2})), P_{2,2}, P_{2,1})$ より、subは原始帰納的関数である。

※ Predが原始帰納的関数と分かっているとき.

$sub \triangleq C_2(R(P_{1,1}, C_3(Pred, P_{3,2})), P_{2,2}, P_{2,1})$ とすれば subは原始帰納的関数であることを示せる。

$$\dfrac{\dfrac{}{P_{2,2}: N^2 \to N} P_{2,2} \quad \dfrac{}{P_{2,1}: N^2 \to N} P_{2,1} \quad \dfrac{\dfrac{}{P_{1,1}: N^1 \to N} P_{1,1} \quad , \quad \dfrac{\dfrac{}{P_{3,2}: N^3 \to N} P_{3,2} \quad , \quad \dfrac{\dfrac{}{z: N^0 \to N} z \quad \dfrac{}{P_{2,1}: N^2 \to N} P_{2,1}}{R(z, P_{2,1}): N^1 \to N} R}{C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2}): N^3 \to N} C_3}{R(P_{1,1}, C_3(\cdots)): N^2 \to N} R}{C_2(R(P_{1,1}, C_3(R(z, P_{2,1}), P_{3,2})), P_{2,2}, P_{2,1}): N^2 \to N} C_2$$

No.

Date

問2. $\mathrm{Mult}(0,y) = 0 = Z()$ $\qquad = C_1(Z)(y)$ $\qquad$ (0, y)

$\{\rightarrow R(Z, \square)(0) = 0\}$ $\qquad \{\rightarrow R(C_1(Z), \square)(\cancel{y}) = 0\}$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Mult}(k+1, y) &= \mathrm{Add}(y, \mathrm{Mult}(k,y)) \\
&= R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2}))\ (y, \mathrm{Mult}(k,y)) \\
&= R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2}))\ (P_{3,3}(k, \mathrm{Mult}(k,y), y), P_{3,2}(k, \mathrm{Mult}(k,y), y)) \\
&= C_3(R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2})), P_{3,3}, P_{3,2})\ (k, \mathrm{Mult}(k,y), y)
\end{aligned}
$$

$$\mathrm{Mult}(x,y) \triangleq R(C_1(Z), C_3(R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2})), P_{3,3}, P_{3,2}))\ (x,y)$$

よって、$\mathrm{Mult} \triangleq R(C_1(Z), C_3(R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2})), P_{3,3}, P_{3,2}))$ より、Mult は原始帰納的関数である。

※ Add が原始帰納的関数と分かっているとき、

$\mathrm{Mult} \triangleq R(C_1(Z), C_3(\mathrm{Add}, P_{3,3}, P_{3,2}))$ とすれば Mult は原始帰納的関数であることを示せる。

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{Z : N^0 \to N}\,Z}{C_1(Z) : N^1 \to N}\,C_1 \qquad \dfrac{\dfrac{}{P_{3,3} : N^3 \to N}\,P_{3,3} \qquad \dfrac{}{P_{3,2} : N^3 \to N}\,P_{3,2} \qquad \dfrac{\dfrac{}{P_{1,1} : N^1 \to N}\,P_{1,1} \quad , \quad \dfrac{\dfrac{}{P_{3,2} : N^3 \to N}\,P_{3,2} \quad , \quad \dfrac{}{S : N^1 \to N}\,S}{C_3(S, P_{3,2}) : N^3 \to N}}{R(P_{1,1}, C_3(S, P_{3,2})) : N^2 \to N}\,R}{C_3(R(\cdots), P_{3,3}, P_{3,2}) : N^3 \to N}\,C_3}{R(C_1(Z), C_3(R(\cdots), P_{3,3}, P_{3,2})) : N^2 \to N}\,R
$$