レポート問題 2

締め切り:２０１１年７月１８日(月) １２：００

V, W は $\mathbb{K}$ 上の有限次元のベクトル空間とする.

$\boxed{\text{2-1}}$ f を V から W への線形写像とするとき, 像 $\mathrm{Im}(f)$ は W の部分ベクトル空間であり, 核 $\mathrm{Ker}(f)$ は V の部分ベクトル空間であることを示せ.

$\boxed{\text{2-2}}$ 線形写像 $f : V \to W$ に対して

$$\dim V = \dim(\mathrm{Im}\, f) + \dim(\mathrm{Ker}\, f)$$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{\text{2-3}}$

$$\mathcal{P}_4(\mathbb{R}) = \{a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 | \, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}\}$$

を 4 次以下の多項式のなす $\mathbb{R}$ 上のベクトル空間とし, 線形写像

$$F : \mathcal{P}_4(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{P}_4(\mathbb{R})$$

を

$$F(p(x)) = \frac{dp(x)}{dx}, \quad p(x) \in \mathcal{P}_4(\mathbb{R})$$

と定める. このとき $\mathcal{P}_4(\mathbb{R})$ の基底 $\{1, 1+x, 1+x^2, 1+x^3, 1+x^4\}$ に関する F の行列表示を求めなさい.